Siyaset ve İktisatta Oyun Teorisi

Mehmet CAN

International Universty of Sarajevo, Graduate Program on Strategic Analysis ve Risk Assessment,
Paromlinska 66, 71000 Sarajevo, Bosnia ve Herzegovina
mcan@ius.edu.ba

ÖZET

Oyun Teorisi çok kişili karar verme problemlerini inceleyen bilim dalının adıdır. Böyle problemler ekonomide ve siyasal bilimlerde sık sık karşımıza çıkar. Mikro düzeyde pazarlık ve ihale gibi ticari işlem modelleri, oyun teorisi içinde mütalaa edilir. Orta buyuklukte problemlerde iş ve finans ekonomisi, girdi pazarlarında şirket davranışına ilişkin oyun teorisi modelleri gerektirir. Daha büyük ölçekli problemlerde, uluslararası ekonomide, ülkelerin vergi tarifeleri ve diğer ticaret politikalari ihdasıyla rekabet ettikleri modeller kullanılır. Makroekonomide ise para politikasını belirleyenler ile ücret ya da fiatları belirleyenler, para politikalarının etkilerini belirlemek üzere stretejik olarak yarışırlar. Siyaset bilimlerinde oyun teorisinin uygulanması, ekonomideki kadar hızlı olmamıştır. Bununla birlikte kısa zamvea siyaset bilimlerinin en güçlü analitik araçlardan biri haline geldi. Siyaset bilimlerinde ilk uygulamalari kitlelerin seçimlerde ve yeni yasalar karşısındaki davranışları üzerineydi. Daha sonra uluslarası güvenlik, etnik ve uluslararasi uyuşmazlıkların çözümü çözümü ve demokratikleşme gibi çok geniş bir alana yayıldı.

Anahtar Kelimeler : *Oyun Teorisi, Siyaset; İktisat.*

ABSTRACT

Game theory is the study of multi person decision problems. Such problems arise frequently in economics and in political sciences. At the micro level, models of trading processes such as bargaining and auction models, involve game theory. At an intermediate level of aggregation, labor and financial economics include game-theoretic models of the behavior of a firm in its input markets. Finally, at a high level of aggregation, international economics includes models in which countries compete in choosing tax tariffs and other trade policies, and macroeconomics includes models in which the monetary authority and wage or price setters interact strategically to determine the effects of monetary policy. Applications of game theory have not developed as fast in political science as they have in economics. Nevertheless in a rather short period of time, game theory has become one of the most powerful analytical tools in the study of politics. From their earliest applications in electoral and legislative behavior, game theoretic models have proliferated in such diverse areas as international security, resolution of ethnic and international conflicts, and democratization.

Key Words: *Game Theory; Political Sciences; Economy.*

1. GİRİŞ

Bu konuşmamızda oyun teorisinin iktisat ve siyaset bilimlerindeki uygulamalarına dair dört örnek vereceğiz. Bunlardan ilk ikisi iktisat uygulamasıdır. Eksik bilgili Courout [1] duopoli problemidir. Iktisattan ikinci örneğimiz bir ardışık pazarlık problemi olacak.

Siyaset bilimlerine dair ilk örnek, toplumun ortak çıkarları ile kişisel çıkarların bazan örtüşmeyebileceğini gösterecek. Ikinci örnek de bir seçim kampanyası sırasında iki politikacının üç şehirde partileri adına yapacakları seçim konuşmalarının planlanmasıyla alakalı olacak.

2. EKSİK BİLGİLİ COURNOT DUOPOLİ MODELİ

Cournot'nun 1838'de yaptığı çalışma, oyun teorisinin klasiklerinden biri olduğu kadar, endüstriyel organizasyon teorisinin de köşe taşlarından biridir. Bu çalışmamızda Cournou'nun klasik modelini biraz değiştirdik. Talep'e biraz belirsizlik kattık. Dolayısı ile bulduğumuz çözüm de oyunun Bayes türü Nash dengesi oldu.

Kazanç payları üzerine yapılan pazarlıklar masraflıdır. Müzakereler çok uzarsa, bölüşülecek pasta azalabilir, hatta başkaları tarafından kapılabilir. Pazarlik belki ilk insanla beraber vardır. Ancak Edgeworth [2]'den beri teorisi, iktisatta ve siyasette önemli bir mesele olarak kabul görmektedir. Nash [3] çalışmasında hem taraflar arasında işbirliği olması ve hem de işbirliği olmaması durumlarını inceledi. Ancak Nash'in işbirliksiz modelinde oyuncuların anlaşmak için sadece bir imkanları vardı. Bunda başarısız olduklarında müzakerelere devam edemiyorlardı. Bu model çok basitti ve pazarlığın zengin yapısını temsil edemiyordu. Nash'in modeline 1970'lere gelinceye kadar fazla ilgi gösterilmedi.

2.1 Tekmil Bilgili Cournot Duopoli Modeli

q_1 ve q_2, bir ürünün 1 ve 2 firmaları tarafından üretim miktarlarını göstersin. Let P(Q) = a – Q, da piyasada toplam ürün miktarı Q = $q_1 + q_2$ olduğunda piyasa denge fiatı olsun.

i şirketinin bu maldan q_i tane üretmesinin maliyeti $C_i(q_i) = cq_i$, $0 \le c \le 1$ olsun. Yani bu durumda sabit masraf yok ve marjinal masraf da c gibi bir sabit. Cournot modeline uyarak şirketlerin üretecekleri ürün miktarını birbirlerinden habersiz olarak belirlediklerini varsayalım [4].

Cournot oyununun Nash dengesini bulmak için oyunu önce “normal form”a çeviririz. Onun için
(1) oyundaki oyuncular,
(2) her oyuncu için mümkün olan stratejler, ve
(3) oyuncuların seeceği her strateji kombinezonu için kazançlarının ne olacağı belirtilmelidir.

Duopoli oyununda iki oyuncu olarak iki şirket vardır. Cournot modelinde her şirket için mümkün stratejiler, üretecekleri ürün sayılarıdır. Ürünleri gösteren sayı, doğal sayı olduğu halde biz onu gerçel sayı ile temsil edeceğiz. Negatif çıktılar da “gerçekleştirilemez” olarak algılanacak. Böylece şirketlerin strateji uzayları $S_i = [0,\infty)$, negatif olmayan sayıların yarı ekseni olacaktır ki, tipik bir s_i stratejisi, $q_i > 0$ üretim miktarının seçilmesidir. Strateji uzayinda çok büyük üretim düzeyleri bulunuyorsa da, hiç bir şirket $q_i > a$ .düzeyinde üretim yapamaz çünkü Q>a için, P(Q) < 0 olur.

Geriye i şirketinin kazancını kendisinin ve diğer şirketin seçtiği stratejilerin fonksiyonu olarak ifade etmek ve sonra da dengeyi konumunu tanımlamak, fonksiyondan bu denge konumunu elde etmek kalıyor. Şirketin bu işten kazancının, sadece elde ettiği kar olduğu varsayılıyor. O zaman normal formda ifade edilmiş, genel bir iki oyunculu oyun için
$u_i(s_i, s_j)$ kazancı

$$u_i(q_i, q_j) = q_i(P(q_i + q_j) - c) = q_i(a - (q_i + q_j) - c). \quad (1)$$

Formülüyle yazılabilir.

Her i oyuncusu için

$$u_i(s_i^*, s_j^*) \ge u_i(s_i, s_j^*), \quad \forall s_i \in S_i \quad (2)$$

oluyorsa, (s_1^*, s_2^*) strateji çiftine Nash dengesi denir.

Demek ki her i oyuncusu için s_i^*,

$$Max_{s_i \in S_i} u_i\left(s_i , s_j^*\right). \tag{3}$$

optimizasyon probleminin çözümü olmalıdır.

Bu bölümdeki Cournot duopoli modelinde $\left(q_1^*, q_2^*\right)$ üretim düzeyi çiftinin bir Nash dengesi olabilmesi için her i şirketi için, q_i^*'nin

$$\underset{0 \le q_i < \infty}{\text{Max}}\, u_i\left(q_i , q_j^*\right) = \underset{0 \le q_i < \infty}{\text{Max}}\, q_i\left(a - (q_i + q_j^*) - c\right) \tag{4}$$

probleminin çözümü olması gerekir. $q_j^* < a - c$ varsayımı altında (doğru olduğu ileride gösterilecek), i şirketinin optimizasyon probleminin birinci mertebe koşulu, kazanç fonksiyonunun birinci türevinin alınmasıyla elde edilir:

$$\frac{d\,u_i\left(q_i , q_j^*\right)}{dq_i} = a - (q_i + q_j^*) - c + q_i(-1) = a - (2q_i + q_j^*) - c\,. \tag{5}$$

Bunu sıfıra eşitlersek

$$q_i = \frac{1}{2}\left(a - q_j^* - c\right). \tag{6}$$

Elde ederiz. Demek ki $\left(q_1^*, q_2^*\right)$ üretim düzeyi çiftinin bir Nash dengesi olabilmesi için şirketlerin üretim düzeyi seçimlerinin

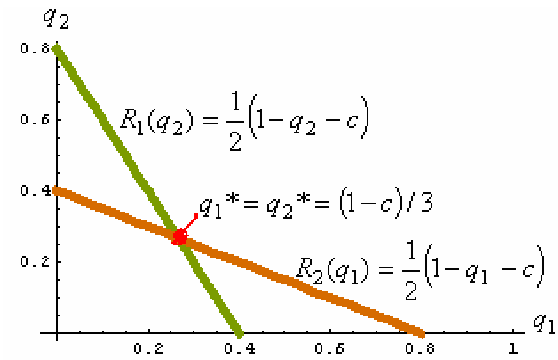
$$q_1^* = \frac{1}{2}\left(a - q_2^* - c\right), \quad q_2^* = \frac{1}{2}\left(a - q_1^* - c\right). \tag{8}$$

Eşitliklerini sağlamaları gerekir. Bu lineer cebirsel denklem sisteminden $\left(q_1^*, q_2^*\right)$'leri çözersek,

$$q_1^* = q_2^* = \frac{1}{3}(a - c) \tag{9}$$

Buluruz ki, yukarıda varsaydığımız gibi $a - c$'den küçüktür.

Probleme grafik olarak yaklaşırsak, $u_i\left(q_i, q_j\right) = q_i\left(a - (q_i + q_j) - c\right), i = 1,2$ en iyi tepki fonksiyonlarının grafikleri, sadece bir kere $q_1{*} = q_2{*} = (1 - c)/3$ noktasında kesişirler..



Şekil 1. c = 0.2 için denge üretim düzeyleri: $q_1{*} = q_2{*} = (1-c)/3$.

$u_i(q_i, q_j)$ yarar fonksiyonunun $q_i = (1-c)/3$ noktasındaki $u_i\left(\frac{1-c}{3}, \frac{1-c}{3}\right) = \left(\frac{1-c}{3}\right)^2$ değeri, j oyuncusunun $q_j = (a-c)/3$ oynaması halinde, bu fonksiyonun başka herhangi bir q_i noktasındaaldığı değerden daha fazladır. Aynı şey j oyuncusu için de doğrudur. Bu nedenle $q_i{*} = q_j{*} = (1-c)/3$ bir Nash dengesidir.

2.2 Eksik Bilgili Cournot Duopoli Modeli

Kesin a pazar talebi yerine kesin olmayan Pazar talebi alarak tekmil bilgili Cournout duopoli modelini, eksik bilgili hale getirelim. Artık Pazar talebinin θ olasılıkla a_H yüksek talebi ve $1-\theta$ olasılıkla a_L düşük talebi olması beklenmektedir [4]. Ayrıca bu bilgi şu anlamda asimetriktir: 1. şirket talebin yüksek mi, düşük mü olduğunu bildiği halde, 2. şirket bundan habersizdir. Şirketler üretim düzeylerini aynı anda ve birbirlerinden habersiz olarak seçeceklerdir.

O zaman 1. şirket için beklenen yarar

$$\begin{aligned} u_1(q_1, q_{2H}, q_{2L}) &= \theta q_1(a_H - (q_1 + q_{2H}) - c) + (1-\theta) q_1(a_L - (q_1 + q_{2L}) - c) \\ &= q_1\theta\left((a_H - a_L) - (q_{2H} - q_{2L})\right) + q_1(a_L - (q_1 + q_{2L}) - c) \end{aligned} \tag{10}$$

Olurken, 2. şirket için beklenen yararlar

$$u_{2H}(q_1,q_{2H})=q_{2H}(a_H-(q_1+q_{2H})-c)$$
$$u_{2L}(q_1,q_{2L})=q_{2L}(a_L-(q_1+q_{2L})-c). \qquad (11)$$

olacaktır. 2. şirketin yüksek ve düşük talep hallerindeki en karlı üretim düzeyleri olan q_{2H}^*, q_{2L}^* sırasıyla $\underset{0\le q_{2H}<\infty}{\mathrm{Max}}\, u_{2H}(q_1^*, q_{2H})$, $\underset{0\le q_{2L}<\infty}{\mathrm{Max}}\, u_{2L}(q_1^*, q_{2L})$ problemlerinin çözümleridirler.

Yukarıdaki kazanç fonksiyonlarının türevlerinin alınmasıyla, 2. şirketin maksimizasyon probleminin çözümü için birinci basamak şartları elde edilir:

$$\frac{d\,u_{2H}(q_1^*,q_{2H})}{dq_{2H}}=a_H-(q_1^*+q_{2H})-c+q_{2H}(-1)=a_H-(2q_{2H}+q_1^*)-c,$$
$$\frac{d\,u_{2L}(q_1^*,q_{2L})}{dq_{2L}}=a_L-(q_1^*+q_{2L})-c+q_{2L}(-1)=a_L-(2q_{2L}+q_1^*)-c. \qquad (12)$$

Bu türevler sıfıra eşitlenince:

$$q_{2H}^*=\frac{1}{2}(a_H-q_1^*-c),\; q_{2L}^*=\frac{1}{2}(a_L-q_1^*-c) \qquad (13)$$

Bulunur. Öte yandan q_1^* , 1. şirket için optimizasyon problemi olan

$$\underset{0\le q_1<\infty}{\mathrm{Max}}\, u_1(q_1,q_{2H}^*,q_{2L}^*)=\underset{0\le q_1<\infty}{\mathrm{Max}}\left\{\theta q_1(a_H-(q_1+q_{2H}^*)-c)+(1-\theta)q_1(a_L-(q_1+q_{2L}^*)-c)\right\}$$
$$=\underset{0\le q_1<\infty}{\mathrm{Max}}\left\{q_1\theta\left((a_H-a_L)-(q_{2H}^*-q_{2L}^*)\right)+q_i(a_L-(q_1+q_{2L}^*)-c)\right\}.$$

probleminin çözümüdür. Çözüm için birinci basamak şart, türev alınarak bulunur:

$$\frac{d\,u_1(q_1,q_{2H}^*,q_{2L}^*)}{dq_1}=\theta\left(a_H-a_L-(q_{2H}^*-q_{2L}^*)\right)+a_L-(q_1+q_{2L}^*)-c+q_1(-1)$$
$$=\theta\left(a_H-a_L-(q_{2H}^*-q_{2L}^*)\right)+a_L-2q_1+q_{2L}^*-c. \qquad (14)$$

Bunun sıfıra eşitlenmesiyle de

$$q_1^*=\frac{1}{2}\left\{\theta\left(a_H-a_L-(q_{2H}^*-q_{2L}^*)\right)+a_L+q_{2L}^*-c\right\}. \qquad (15)$$

Elde edilir. (13) ve (15)'deki linear cebirsel denklemlerden $(q_1^*,q_{2H}^*,q_{2L}^*)$ çözülürse:

$$q_1^* = \frac{1}{2}\left\{\theta\left(a_H - a_L - \frac{1}{2}(a_H - a_L)\right) + a_L - \frac{1}{2}(a_L - q_1^* - c) - c\right\}$$

$$\frac{3}{4}q_1^* = \frac{1}{4}\{\theta(a_H - a_L) + (a_L - c)\} \qquad (16)$$

$$q_1^* = \frac{1}{3}\{\theta a_H + (1-\theta)a_L - c\};$$

ve

$$\begin{aligned} q_{2H}^* &= \frac{1}{6}(3a_H - (\theta a_H + (1-\theta)a_L - c) - 3c), \\ &= \frac{1}{6}((3-\theta)a_H - (1-\theta)a_L - 2c), \\ q_{2L}^* &= \frac{1}{6}(3a_L - (\theta a_H + (1-\theta)a_L - c) - 3c), \\ &= \frac{1}{6}((3-(1-\theta))a_L - \theta a_H - 2c). \end{aligned} \qquad (17)$$

.

Bulunur. Böylece

$$\begin{aligned} q_1^* &= \frac{1}{3}\{\theta a_H + (1-\theta)a_L - c\}, \\ q_{2H}^* &= \frac{1}{6}((3-\theta)a_H - (1-\theta)a_L - 2c), \\ q_{2L}^* &= \frac{1}{6}((3-(1-\theta))a_L - \theta a_H - 2c). \end{aligned} \qquad (18)$$

olmak üzere $(q_1^*, q_{2H}^*, q_{2L}^*)$, bu oyunun Nash dengesidir. Bu üretim düzeylerinin negatif olmaması için (a_H, a_L, c, θ) parametrelerinin

$$\begin{aligned} &a_L \geq c, \\ &\theta \leq 2(a_L - c)/(a_H - a_L) \end{aligned} \qquad (19)$$

koşullarını sağlamaları gerekir.

3. TEKMİL BİLGİ İLE ARDIŞIK PAZARLIK

Bu bölüme, tekmil ve mükemmel bilgili basit oyunlar sınıfından üç aşamalı pazarlık modeli ile başlıyoruz. Sonra aşamalarının sayısı potansiyel olarak sonsuz olan Rubinstein's [5] modeline bakacağız. Her iki modelde anlasmaya hemen varılacak, grevler ve uzatmalı pazarlıklar olmayacak. İskonto faktörlerinin oyuncular için farklı olduğu hal de ayrıca incelenecek.

Pazarlıkların sonuçlarını önceden kestirmek için g,r,ş,len ilk çabalar "işbirlikçi oyunlar" çerçevesini kullanmıştı. Bu çerçevede pazarlık sürecinin sonucu üzerine, özel olarak da ulaşılabilir yararlar kümesindeki değişikliklere bağlı olarak bu sonucun nasıl değişeceği hakkında varsayımlar yapılır. Bu varsayımlar işbirlikçi oyunları, işbirlikçi olmayanlardan ayırır.

Nash [6,7] pazarlık üzerine yaptığı çalışmalarda vem işbirlikçi, yani aksiyomatik ve hem de işbirlikçi olmayan yaklaşımları kullandı. Önce belli varsayımları sağlayan tek neticeyi belirledi, sonra da dengesi tamamen bununla aynı olan işbirlikçi olmayan oyunu buldu. Ancak Nash'in işbirlikçi olmayan modeli, oyunculara anlaşmaya varmak için sadece bir hamle imkanı vermekte, başarısızlık halinde pazarlığa devam edememekteydiler. Böyle bir model pazarlığın zenginliklerini yansıtmayı başamazdı. Bu nedenle pazarlığa işbirlikçi olmayan yaklaşım 1970'lere kadar fazla ilgi çekmedi.

Stahl [8] ve Rubinstein [9] ilk defa pazarlığın, pazarlıkçıların teklif ve karşı teklif vermelerine olanak tanıyan tipik bir dinamik süreç oluşunu yansıtan modelleri buldular. Stahl ve Rubinstein tekmil bilgi altında pazarlığı incelediler ve ardışık pazarlığın tek bir Pareto-etkin sonuca ulaşacağını kanıtladılar. Pareto-etkin sonuç, pazarlıkçıların yorgun düşmeden önce ulaştıkları etkin sonuçtur. Stahl ve Rubinstein pazarlık gücünün nelere bağlı olduğu konusunda da ipuçları verdiler. Mesela sabırlı pazarlıkçılar, daha iyi sonuç alır gibi.

3.1 Rubinstain'in Üç Aşamalı Pazarlık Modeli

1 ve 2 numaralı oyuncular 1 YTL üzerinde pazarlık ediyorlar. Teklifler sırayla veriliyor: 1 numaralı oyuncu 2.'ye bir teklif yapıyor. 2 bunu kabul edebilir, ya da reddedebilir. Eger 2, 1'in teklifini reddederse, kendisi 1'e kabul ya da reddedebileceği bir teklif yapar. Rededilen teklif, bağlayıcı olmaktan çıkar ve artık oyunun kalan kısmında geçerli değildir. Her teklif bir aşama sayılır. Oyuncular sabırsızdır ve daha sonraki aşamalarda elde edecekleri kazançları aşama başına δ_1, δ_2 faktörleri ile çarparlar. Burada $0 < \delta_1 < \delta_2 < 1$ varsayılacak.
Bu durumda bir sonraki aşamada elde edilecek π kazancının şu andaki kıymeti sadece $\delta\pi$, iki aşama sonra ki kazancının şu andaki kıymeti $\delta^2\pi$ vs. olacak. Gelecekteki kazancın bu günkü kıymetine "şu andaki kıymet" diyeceğiz.

Üç aşamalı pazarlık oyununun zamanlamasının ayrıntılarını şöyle ifade edebiliriz:

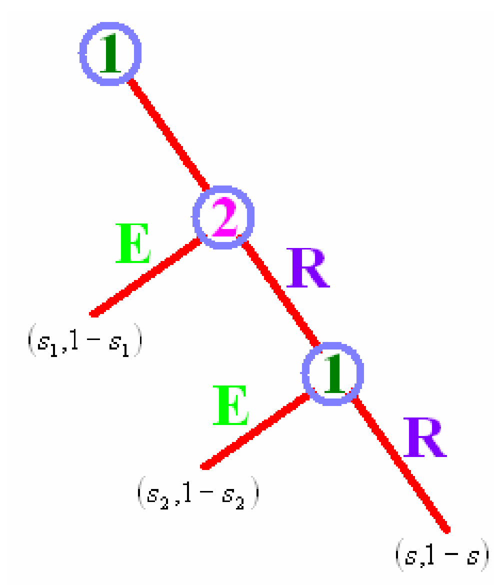
(1a) Birinci aşamanın başında 1. oyuncu, kendi payına s_1 YTL alarak, 2. oyuncuya $1-s_1$ YTL bırakır.

(1b) 2. oyuncu ya teklifi kabul eder ve oyun hemen 1. oyuncuya s_1, 2. oyuncuya $1-s_1$ kazandırarak biter, ya da teklifi reddeder ve oyun ikinci aşamasına geçer.

(2a) İkinci aşamanın başında 2. oyuncu, 1. oyuncuya s_2 YTL teklif eder, $1-s_2$ YTL'yi kendine ayırır.

(2b) 1. oyuncu ya teklifi kabul eder ve oyun 1. oyuncuya s_2, 2. oyuncuya $1-s_2$ kazandırarak biter, ya da teklifi reddeder ve oyun üçüncü aşamasına geçer.

(3) Üçüncü aşamanın başında 1. oyuncu, kendi payına s $(0 < s < 1)$ alarak, 2. oyuncuya $1-s$ bırakır.



Şekil 2. Rubinstain'in pazarlık aşamaları.

Bu üç aşamalı oyunun geri-çıkarım kazancını bulmak için önce, ikinci aşamaya ulaşılmış olması halinde 2. oyuncunun teklifinin ne olacağını hesaplayalım. Bu aşamada 2. oyuncunun s_2 teklifi cazip değilse, 1. oyuncu bunu reddedip, üçüncü aşamada s'yi alacaktır. Tabii indirim sebebiyle aldığı şeyin ilinci aşama değeri $\delta_1 s$ olacaktır. Bu nedenle s_2 teklifinin 1. oyuncuya cazip gelebilmesi için $s_2 \geq \delta_1 s$ olmalıdır.

Eşitlik halinde oyuncunun teklifi kabul edeceğini varsayıyoruz. Böylece 2. oyuncunun 2. aşama problemi, bu aşamada 1. oyuncuya $s_2 = \delta_1 s$ teklif ederek 1 - $\delta_1 s$ almakla; bu aşamada

1. oyuncuya $s_2 < \delta_1 s$ olacak şekilde herhangi bir teklif verip gelecek aşamada 1 – s almak arasında bir seçim yapma problemidir. Ikinci seçenekteki kazancın ikinci aşamadaki indirimli kıymeti $\delta_2(1-s)$ olup birinci seçeneğin 1 - δ_1 getirisinden azdır. Böylece ikinci aşamaya ulaşılırsa 2. oyuncunun en iyi stratejisi $s_2^* = \delta_1 s$ olacaktır ve 1. oyuncu bunu kabul edecektir.

1.oyuncu da 2. oyuncunun ikinci aşama problemini çözmüş olacağından, ikinci oyuncunun, birinci aşamada 1. oyuncunun 1-s_1 teklifini reddederek ikinci aşamada 1 - s_2^* alabileceğini bilir. Ancak ikinci aşamada 1 - s_2^* almanın birinci aşamadaki indirimli kiymeti δ_2 (1 - s_2^*) dir. Bu nedenle birinci aşamada 2. oyuncunun 1 - s_1 teklifini kabul etmesi için en azından 1 - $s_1 \geq \delta_2$ (1 - s_2^*), ya da $s_1 \leq$ 1 - δ_2 (1 - s_2^*) olmalıdır. Böylece 1. oyuncunun birinci aşama problemi; 2. oyuncuya 1 - $s_1 = \delta_2$ (1 - s_2^*) teklif edip bu aşamada 1-δ_2 (1-s_2^*) almakla, 2. oyuncuya 1 - $s_1 < \delta_2$ (1 - s_2^*) olacak şekilde herhangi bir 1 - s_1 teklif edip gelecek aşamada s_2^* almak arasında tercih yapma problemidir. İkinci seçeneğin indirimli kıymeti $\delta_1 s_2^* = \delta_1^2 s$ olacaktır ki, birinci seçeneğin getireceği 1-δ_2 (1-s_2^*) = 1 - δ_2 (1 - δ_1s) miktarından azdır. Böylece 1. oyuncunun en iyi birinci aşama teklifi s_1^*=1-δ_2 (1-s_2^*) = 1 - δ_2 (1 - δ_1s) olacaktır.

Demek ki bu üç aşamalı oyunun geri-çıkarım sonucu, 1. oyuncunun ilk aşamada, 2. oyuncuya (s_1^*, 1-s_1^*) anlaşmasını teklif etmesi ve 2. oyuncunun da bunu kabul etmesidir.

Bu tartışmanın kolayca sonlu aşamalı pazarlık oyununa genelleştirilebileceği bellidir. Ancak sonsuz-ufuk hali ayrı inceleme gerektirir.

3.2 Sonsuz Ufuklu Pazarlık Modeli

Şimdi sonsuz ufuklu pazarlık haline bakalım. Zamanlama, 3. adımda kesilmemesi dışında önceki gibidir. Aşamalar (3a), (3b), (4a), (4b), ... diye devam eder. 1. oyuncu tek numaralı aşamalarda, 2. oyuncu da çift numaralı aşamalarda teklif verir. Burada da geri-çıkarım yöntemini kullanmak isterdik ama, başlanacak son aşama yok. Bereket versin ilk defa Shaked ve Sutton [10], tarafından uygulanan aşağıdaki bakış tarzı, sonsuz ufuklu oyunu keserek sonlu aşamalı yapmamıza olanak verir.

Bu sonsuz ufuklu pazarlık oyununun geri-çıkarım sonucu biçimsel olarak tanımlanmış olmadığından, buradaki mulahazalar da biçimsel olmayacaktır. Varsayalım ki oyunun tamamında 1. oyuncunun s, 2. oyuncunun $1-s$ aldığı bir geri-çıkarım sonucu bulunsun.
Bu kazançları, ulaşılması halinde üçüncü aşamada başlayacak bir oyunda kullanabilir ve geri doğru giderek birinci aşamaya ulaşabiliriz. Bu yeni geri-çıkarım sonucunda, birinci aşamada 1. oyuncu (f(s),1 - f(s)) anlaşmasını önerecek ve 2. oyuncu kabul edecektir. Burada f(s) = 1 - δ_2 (1 - δ_1s), yukarıdaki üç aşamalı modelde (s, 1 - s) anlaşması üçüncü aşamaya empoze edildiğinde, 1. oyuncunun birinci aşamada alacağı paydır.

s_H, 1. oyuncunun, oyunun tamamına uygulanmış herhangi bir geri-çıkarımdan elde edebileceği en yüksek kazanç olsun. Bu, daha önce anlatıldığı gibi, 1. oyuncunun birinci aşama kazancı f(s_H) olacak şekilde yeni bir geri çıkarım sürecine yol açar. f(s) = 1 - $\delta_2+\delta_1\delta_2 s$ fonksiyonu s değişkenine göre artan ve s_H da bu değişkenin en büyük değeri olduğundan, f(s_H) mümkün en büyük birinci aşama kazancıdır. Ancak mümkün en büyük birinci aşama kazancı aynı zamanda s_H'dır. Demek ki f(s_H)=s_H olmalıdır. Parelel mülahazalarla, s_L, 3. oyuncunun, oyunun tamamına uygulanmış herhangi bir geri-çıkarımdan elde edebileceği en düşük kazanç olmak üzere f(s_L) = s_L bulunur.

S'nin f(s) = s eşitliğini sağlayan yegane değeri $(1-\delta_2)/(1-\delta_1\delta_2)$ olur ki, bunu s* ile göstereceğiz. Böylece s_H = s_L = s* dir ve böylece oyunun tamamının geri-çıkarımdan elde edilebilecek tek bir kazanç vardır. Birinci aşamada 1. oyuncu 2. oyuncuya

$$\left(s^* = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}, 1-s^* = \frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}\right) \tag{20}$$

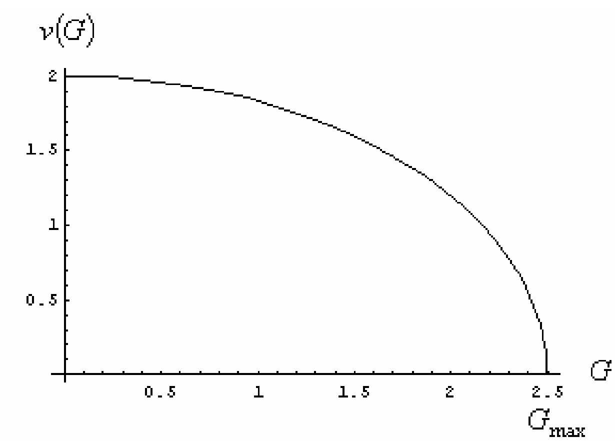
Anlaşmasını teklif eder ve 2. oyuncu bunu kabul eder.

4. KAMU ÇIKARI MESELESİ

Hume'dan [11] beri siyaset bilimciler ve iktisatçılar, insanların kişisel çıkarlarına önem verdiklerini, umumun menfaatine dikkat edilmediğini ve kaynakların israf edildiğini farkettiler. Bu gün dünya çevre sorunlarının üstünkörü bir incelemesi bile bu insan tavrının gücünü hemen ortaya çıkarır. Burada bir hayvancılık örneği ele alacağız.

Bir köyde n çiftçi olsun. Her yaz çiftçiler keçilerini köy merasında otlatıyor olsun. i. Çiftçinin g_i keçisi olsun. Köydeki toplam keçi sayısı $G = g_1 + g_2 + ... + g_n$ olacaktır. Bir keçi satınalmanın ve onu bir yıl bakmanın maliyeti, keçi sayısına bağlı olmaksızın c YTL diyelim. Merada G keçi yayılıyor olduğunda çiftçinin merada bir keçi otlatmakla elde ettiği yıllık kazanç keçi başına $v(G)$ olsun. Bir keçi yaşamak için belli miktarda ot yemek zorunda olduğundan, köy merasında yayılabilecek G keçi sayısının bir $G_{\max}$ üst sınırı vardır. $G < G_{\max}$ için $v(G) > 0$ fakat $G \geq G_{\max}$ için $v(G) = 0$ olacaktır.

Çiftçinin merada bir keçi otlatmakla elde ettiği yıllık keçi başına $v(G)$ kazancı, şekildeki gibi bir fonksiyon olacaktır: G < $G_{\max}$ için, $v'(G) < 0$ ve v''(G) < 0.



Şekil 3. $v(G)$ kazanç fonksiyonunun genel yapısı.

Çiftçiler bahar geldiğinde birbirlerinden habersiz olarak, o mevsim kaç keçi satınalıp bakacaklarına karar vermektedirler. i çiftçisinin stratejisi g_i tane keçi satınalıp köy merasında otlatmaktır. $0 \leq g_i < G_{\max}$ olacağı bellidir. Diğer çiftçilerin keçi sayıları $(g_1, g_2, ..., g_{i-1}, g_{i+1}, ..., g_n)$ olduğunda, i çiftçisinin g_i tane keçi satınalıp köy merasında otlatmaktan bir yıllık kazancı

$$u_i(g_1, g_2, ..., g_n) = g_i v(g_1 + g_2 + ... + g_{i-1} + g_{i+1} + ... + g_n) - c g_i \tag{21}$$

Olur. Bu yüzden eğer $(g_1^*, g_2^*, ..., g_n^*)$ bir Nash dengesi ise, her i için, g_i^* seçimi, Diğer çiftçilerin $(g_1^*, g_2^*, ..., g_{i-1}^*, g_{i+1}^*, ... g_n^*)$ sayılarını seçmeleri halinde $u_i(g_1, g_2, ..., g_n)$ kazancını maksimum yapması gerekir. Bu optimizasyon problemi için birinci basamak koşul, (21)'de türev alınarak bulunur:

$$v\left(g_i + g_{-i}^*\right) + g_i v'\left(g_i + g_{-i}^*\right) - c = 0 \tag{22}$$

Burada g_{-i}^* sembolü, $g_1^* + g_2^* + ... + g_{i-1}^* + g_{i+1}^* + ... + g_n^*$ eksik toplamını ifade etmektedir.

$$v\left(g_i + g_{-i}^*\right) + g_i v'\left(g_i + g_{-i}^*\right) - c = 0 \Rightarrow v(G^*) + g_i^* v'(G^*) - c = 0 \tag{23}$$

İfadesinde Substituting $g_i = g_i^*$ koymakla ve n tane çiftçinin birinci basamak koşullarını toplamakla

$$n \cdot v(G^*) + G^* v'(G^*) - n \cdot c = 0 \tag{24}$$

elde edilir. Tarafları n ile bödüğümüzde de

$$v(G^*) + \frac{1}{n} G^* v'(G^*) - c = 0 \tag{25}$$

buluruz. Burada $G^* = g_1^* + g_2^* + ... + g_n^*$ toplamıdır. Çiftçlerin kişisel kazancını en büyük yapan $\left(g_1^*, g_2^*, ..., g_n^*\right)$ keçi sayısı seçiminin G^* toplamı bu diferansiyel eşitliği sağlar.

Toplumsal çıkarı en fazla yapan G^{**} keçi sayısı ise

$$\underset{0 \le G < \infty}{\text{Max}}\ G \cdot v(G) - Gc \tag{26}$$

Probleminin çözümüdür ki, bunu için birinci basamak koşul türev almakla

$$v(G^{**}) + G^{**} v'(G^{**}) - c = 0 \tag{27}$$

Olarak bulunur. $v(G)$ kazanç fonksiyonunun Şekil 3'te gösterilen genel yapısı ışığında (25) ve (27) diferansiyel denklemlerinin karşılaştırılmasından G* > G** bulunur: Nash dengesinde, toplumsal çıkarı en fazla yapan keçi sayısına nazarak çok daha fazla keçi yayılır.

$$v\left(g_i + g_{-i}^*\right) + g_i v'\left(g_i + g_{-i}^*\right) - c = 0 \tag{28}$$

Eşitliği halihazırda g_i keçisi olan ve sürüsüne bir keçi daha eklemek isteyen çiftçinin karşı karşıya kalacağı durumu anlatır. İlave bir keçinin getirisi $v\left(g_i + g_{-i}^*\right)$ ve masrafı c dir. Çiftçinin halihazır keçilerinin meraya verdiği zarar keçi başına $v'\left(g_i + g_{-i}^*\right)$, ya da toplam olarak $g_i \cdot v'\left(g_i + g_{-i}^*\right)$ olur. Her çiftçi kendi çıkarını düşündüğünden doğal kaynak aşırı kullanılmaktadır. Çevreye verilen zarar olarak

$$v(G^*) + \frac{1}{n} G^* v'(G^*) - c = 0 \text{ içinde } \frac{1}{n} G^* v'(G^*) \tag{29}$$

fakat

$v(G^{**}) + G^{**}v'(G^{**}) - c = 0$ içinde $G^{**}v'(G^{**})$ (30)

bulunması bunu gösterir.

5. SEÇİM KAMPANYASI

İki siyasi partili bir demokraside, partiler adına propaganda konuşması yapmakta olan iki politikacı, propaganda yasağına iki gün kala, son kozlarını seçime etkisi büyük olacak A ve B şehirlerinde oynamak istiyorlar.

Propaganda zamanını israf etmemek için şehirlerarası seyahatleri gece yapmaya, ya her iki şehirde birer gün, ya da şehirlerden birinde iki tam gün geçirmeyi planlıyorlar. Ancar yer ayırtmalar önceden yapılacağından s,yasetcilerden biri, kendiplanını yapmadan önce rakip siyasetçinin planını öğrenme imkanına sahip değil. Bu nedenle karar vermek için siyasetçiler seçim yardımcılarından her iki şehirde, yapılacak propagandanın etkilerinin ne olabileceği konusunda araştırma yapmalarını istiyorlar [12].

Bu problemi iki oyunculu, sıfır toplamlı oyun ılarak formüle etmek için iki oyuncunun kimler olduğunu, oyuncuların stratejilerinin neler olduğunu, kazanç tablosunu belirlememiz gerekir. Bir kere oyuncular, politikacılardır. Stratejiler:

Strateji 1: her şehirde bir gün geçir
Strateji 2: her iki günü de A şehrinde geçir
Strateji 3: her iki günü de B şehrinde geçir

Kazanç tablosunda 1. oyuncunun karşısındaki sayı, 1. oyuncunun yararını gösterir. Aynı sayının ters işaretlisi 2. oyuncunun yararı olur.

Politikacılar açısından amaç oy toplamaktır. Seçim sonuçlarını öğrenmeden önce her oy aynı değerdedir. Bu yüzden kazanç tablosunun 1. politikacıya karşılık gelen sayıları, diğer politikacıdan aldığı net oylar, yani iki günlük propaganda sonunda, her iki şehirdeki net oy değişimleridir. 1000 oy 1 birim kabul edilerek bu formülasyon Şekil 4'te özetlenmiştir. Oyun teorisi her iki politikacının da strateji belirlemek için aynı formülasyonu kullandığını varsaymaktadır.

Aşağıdaki kazanç tablosu verildiğine göre, politikacılar hangi stratejileri seçmelidirler? Bu oyun, çekinik stratejilerin ardışık olarak elennerek cevabın bulunmasına imkan veren özel bir yapıdadır.

		Kazanılan net oylar		
		2. Politikacı		
		1	2	3
1. Politikacı	**1**	**1, -1**	**2, -2**	**4, -4**
	2	1, -1	0, 0	5, -5
	3	**0, -2**	**1, -1**	**-1, 1**

Şekil 4. Seçim propagandası probleminde 1. Politikacı için kazanç tablosu.

İkinci strateji, rakip ne yaparsa yapsın, daima en azından birinci strateji kadar iyi ise, birinci strateji, ikinci strateji tarafından bastırılmaktadır, ya da birinci strateji ikinciye göre çekiniktir deriz. Çekinik bir strateji, daha sonraki mulahazalar için hemen silinir.

Başlangıçta yukarıdaki tabloda 2. oyuncu için çekinik strateji yoktur. Ancak 1. oyuncu için 3. strateji, 2. oyuncu ne yaparsa yapsın 1. strateji tarafından bastırılmaktadır. 1 > 0, 2 > 1, 4 > -1. 3. stratejiyi daha sonraki incelemelrin dışında bırakırsak aşağıdaki kazanç tablosunu elde ederiz:

	1	**2**	**3**
1	**1, -1**	**2, -2**	**4, -4**
2	**1, -1**	**0, 0**	**5, -5**

İki oyuncunun da rasyonel olduğunu varsayarsak, 2. oyuncu da 1. oyuncunun aslında iki stratejisi olduğunu farkedecektir. Bu indirgenmiş kazanç tablosunda 2. oyuncunun 3. stratejisi, hem 1. ve hem de 2. stratejisi tarafından bastırılmaktadır. 1 strateji için: 1 < 4, 1 < 5; 2. strateji için: 2 < 4, 0 < 5. Bu stratejiyi tablodan silersek

	1	2
1	**1, -1**	**2, -2**
2	1, -1	0, 0

Elde ederiz. Bu noktada 1. oyuncunun 2. stratejisi, 1. stratejisi tarafından bastırılır. 2 > 0, 1 = 1. Çekinik stratejinin silinmesiyle

	1	2
1	**1, -1**	2, -2

Bulunur ki, burada 2. oyuncunun 2. stratejisi, 1. stratejisi tarafından bastırılır. 1 < 2, böylece 2. strateji de elenmelidir. Neticede her iki oyuncunun da 1. stratejilerini seçmelerinin en akıllıca olduğu anlaşılır. Politikacılar her iki şehirde karşılaşmamak üzere birer gün propoganda yapacaklar ve sonuçta 1. politikacı 2.'den 1000 oy aktarmış olacaktır.

Genel olarak, iki oyuncunun da çıkarlarına en uyan şekilde oynadıktan sonra 1. oyuncunun elde ettiği kazanca oyunun değeri denir. Değeri sıfır olan oyuna dürüst oyun denir. Bu oyun, değeri 1 olduğundan dürüst bir oyun değildir.

Çekinik strateji kavramı, incelenecek kazanç tablolarının küçültülebilmesine imkan veren çok yararlı bir kavramdır. Bu örnekte olduğu gibi nadiren küçültme sonuna kadar gider ve oyunun çözümüne kadar varır. Ancak çoğu kez bundan sonra verilecek iki örnekte olduğu gibi, küçültme biğr yere kadar varır, ondan sonra çözümü buolmak iğçin farklı teknikler kullanmak gerekir.

Bu yöntem
Rasyonel oyuncular kesin çekinik stratejileri oynamaz.
genel kuralına dayandığı halde başlıca iki zaafı vardır. Birincisi her adım, oyuncuların birbirlerinin rasyonelliği hakkında ne bildiği konusunda bir varsayım gerektirir. Bu yöntemi bir çok adım tekrarlayacaksak, oyuncuların rasyonel kişiler olduğunun her kes tarafından bilindiğini varsaymamız gerekir. Kesin çekinik stratejilerin ardışık elenmesi yönteminin ikinci zayıflığı, yöntemin oyun hakkında çoğu kere hassas olmayan sonuçlara götürmesidir.

Yukarıdaki siyaset oyununun biraz değitirilmesi ile elde edlen aşağıdaki oyuna bakalım. Bu oyunda elenecek kesin çekinik strateji bulunmamaktadır. Bu nedenle yöntem bizi bir sonuca götürmez.

		Toplam net oylar		
		2. Politikacı		
		1	2	3
1. Politikacı	1	-3, 3	-2, 2	6, -6
	2	-2, 2	0, 0	-2, 2
	3	5, -5	-2, 2	-4, 4

Şekil 5. Kesin çekinik strateji olmayan bir kazanç tablosu.

Aşağıdaki oyunda da elenecek kesin çekinik strateji bulunmamaktadır

		2. Oyuncu		
		1	2	3
1. Oyuncu	1	0, 4	4, 0	5, 3
	2	4, 0	0, 4	5, 3
	3	3, 5	3, 5	6, 6

Şekil 6. Kesin çekinik strateji olmayan bir başka kazanç tablosu.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

1984'te John Nash'in ekonomi dalında Nobel ödülü kazanmasıyla dikkatler ilk defa oyun teorisine çevirildi. Yirmi senelik süre teorinin iktisat ve siyasette uygulamalarının hızla büyümesine şahit olurken, 2005 Nobel Ekonomi ödülünün yine iki oyun teoriciye, T. C. Schelling ve R. Aumann'a gitmesi, oyun teorisinin hem siyaset ve hem de iktisat bilimlerinin merkezine yerleşmesine neden oldu.

Oyun teorisinin gelişme istikametlerinden biri etnik guruplar arasındaki ya da uluslararası snlaşmszlılların çözümüne olan katkısıdır. Gunumuzde her hukumet danışmanları arasına en usta oyun teorisyenlerini almaya çalışıyor. Rekabetçi bir piyasada tutunmaya çalışan şirketlerin oyun teorisi uzmanlarına ihtiyacı hiç de az değil. Ulkemizde de siyaset ve iktisat bilimleri ile ilgili eğitim proğramlarına oyun teorisi muhakkak dahil edilmelidir.

Genç akademisyenlerimiz bu istikamette hızla gelişen, çok hareketli bir araştırma alanı bulacaklardır.

7. KAYNAKLAR

1. Cournot, A. 1838. “Recherches sur les Principes Mathe'matiques de la Theorie des Richesses. English edition: Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth”. Edited by N, Bacon. New-York: Macmillan, 1897.
2. Edgeworth, F.Y., “Mathematical Psychics”, London: Kegan Paul, 1881.
3. Nash, J., Equilibrium Points in n-Person Games. “Proceedings of the National Academy of Sciences”: 36:48-49, 1950.
4. Gibbons, R., “Game Theory For Applied Economists”, 14-21, Princeton University Press, 1992.
5. Rubinstein, A., Perfect Equilibrium in a Bargaining Model, “Econometrica” 50: pp.97-109, 1982,.
6. Nash, J. F., The Bargaining Problem, “Econometrica”, 18: pp.155-162, 1950.
7. Nash, J. F., Two-Person Cooperative Games, “Econometrica”, 21: pp.128-140, 1953.
8. Stahl, I., “Bargaining Theory”, Economics Research Institute, Stockholm School of Economics, 1972.
9. Rubinstein, A, A Bargaining Model With Incomplete InformationAbout the Time Preferences, “Econometrica”, 53: pp.1151-1172, . 1985.
10. Shaked, A., and J. Sutton. 1984. Involuntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model. *Econometrica* 52:1351-64.
11. Hume. D., “A Treatise on Human Nature” (Everyman edition: J. M. Dent. 1952), 1739.
12. Lieberman, H., “Operations Research”, Mc Graw Hill, 2005.